



LISTA DE ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL - TESTES DE HIPÓTESES

**Prof. Fernando Bastos**

**Exercícios**

- Trace uma curva normal e sombreie a área desejada obtendo então a informação.
  - Área à direita de  $Z = 1$
  - Área à esquerda de  $Z = 1$
  - Área entre  $Z = 0$  e  $Z = 1,5$
  - Área entre  $Z = -0,56$  e  $Z = -0,2$
  - Área entre  $Z = 0,5$  e  $Z = 0,5$
  - Área entre  $Z = 0$  e  $Z = -2,5$
- Usando a tabela da distribuição normal, determine os valores de  $Z$  que correspondem às seguintes áreas:
  - Área de 0,0505 à esquerda de  $Z$ .
  - Área de 0,0228 à direita de  $Z$
  - Área de 0,0228 à esquerda de  $Z$
  - 0,4772 entre 0 e  $z$ .
- Consultando a tabela, determine a probabilidade de certo valor padronizado de  $Z$  estar entre  $Z_0 = -1,20$  e  $Z_1 = 2,00$ . Desenhe o gráfico.
- Dado uma variável  $X$  com distribuição normal de média 25 e desvio-padrão 2, determine os valores de  $Z$  para os seguintes valores ( $x$ ):
  - 23
  - 23,5
  - 24
  - 25,2
  - 25,5
- Determine a probabilidade de certo valor padronizado de  $Z$  estar entre  $Z_0 = -1,30$  e  $Z_1 = 1,5$ . Desenhe o gráfico.
- Uma população normal tem média 40 e desvio-padrão 3. Determine os valores da população correspondentes aos seguintes de  $Z$ :
  - 0,10
  - 2,00
  - 0,75
  - 3,00
  - 2,53

7. Explique com suas palavras, exemplificando, o significado de:
- teste de hipótese;
  - Hipótese nula e alternativa;
  - erros do tipo I e II;
  - nível de significância.
8. Enuncie a hipótese nula e a hipótese alternativa em cada um dos casos a seguir.
- A produção média de certo cereal é de 40 toneladas por hectare. Acredita-se que um novo tipo de adubo aumenta a produção média por hectare.
  - Um sindicato de empregados de certa categoria deseja verificar se a taxa de desemprego em certo município é maior que a taxa de 12% observada seis meses antes.
9. O fabricante de certa marca de suco informa que as embalagens de seu produto têm em média 500 ml, com desvio padrão igual a 10 ml. Tendo sido encontradas no mercado algumas embalagens com menos de 500 ml, suspeita-se que a informação do fabricante seja falsa. Para verificar se isto ocorre, um fiscal analisa uma amostra de 200 embalagens escolhidas aleatoriamente no mercado e constata que as mesmas contêm em média 498 ml. Considerando-se um nível de significância de 5%, pode-se afirmar que o fabricante está mentindo? Calcule o valor da prova para esta amostra.
10. A duração das lâmpadas produzidas por certo fabricante tem distribuição normal com média igual a 1200 horas e desvio padrão igual a 300 horas. O fabricante introduz um novo processo na produção das lâmpadas. Para verificar se o novo processo produz lâmpadas de maior duração, o fabricante observa 100 lâmpadas produzidas pelo novo processo e constata que as mesmas duram em média 1265 horas. Admitindo-se um nível de significância de 5%, pode-se concluir que o novo processo produz lâmpadas com maior duração?
11. O custo de produção de certo artigo numa localidade tem distribuição normal com média igual a R\$42,00. Desenvolve-se uma política de redução de custos na empresa para melhorar a competitividade do referido produto no mercado. Observando-se os custos de 10 unidades deste produto, obtiveram-se os seguintes valores: 34, 41, 36, 41, 29, 32, 38, 35, 33 e 30. Admitindo-se um nível de significância de 5%, pode-se afirmar que o custo do produto considerado diminuiu?
12. O controle de qualidade das peças produzidas por certa fábrica exige que o diâmetro médio das mesmas seja 57 mm. Para verificar se o processo de produção está sob controle, observam-se os diâmetros de 10 peças, constatando-se os seguintes valores em mm: 56,5; 56,6; 57,3; 56,9; 57,1; 56,7; 57,1; 56,8; 57,1; 57,0. Admitindo-se um nível de significância de 5%, pode-se concluir que o processo de produção está sob controle?
13. Numa localidade, 32% dos consumidores consomem determinado produto. Foi lançado no mercado da localidade um produto concorrente. Uma pesquisa realizada com 500 consumidores escolhidos ao acaso revelou que 145 dentre estes consomem o antigo produto. Pode-se concluir, num nível de significância de 2%, que a preferência pelo produto antigo diminuiu com a entrada do concorrente no mercado? Calcule o valor da prova para esta amostra.
14. Sabe-se que 6% das unidades de certo produto são substituídas gratuitamente por apresentar defeitos de fabricação. Para reduzir este percentual, o fabricante investiu na melhoria da qualidade do produto. Consta-se que 12 dentre 400 unidades vendidas tiveram que ser substituídas gratuitamente por apresentar defeitos de fabricação. Pode-se concluir, num nível de significância de 3%, que a qualidade do produto melhorou?
15. Suponha que o tempo necessário para que estudantes completem uma prova tenha distribuição normal com média 90 minutos e desvio padrão 15 minutos.
- Qual é a probabilidade do estudante terminar a prova em menos de 80 minutos?
  - Em mais de 120 minutos?
  - Entre 75 e 85 minutos?
  - Qual é o tempo necessário para que 98% dos estudantes terminem a prova?

16. Uma v.a.  $X$  tem distribuição normal, com média 100 e desvio padrão 10.
- Qual a  $P(90 < X < 110)$ ?
  - Se  $\bar{X}$  for a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule  $P(90 < \bar{X} < 110)$ .
  - Represente, num único gráfico, as distribuições de  $X$  e  $\bar{X}$ .
  - Que tamanho deveria ter a amostra para que  $P(90 < \bar{X} < 110) = 0,95$ ?
17. Nas situações abaixo, escolha como hipótese nula,  $H_0$ , aquela que para você leva a um erro tipo I mais importante. Descreva quais os dois erros em cada caso.
- O trabalho de um operador de radar é detectar aeronaves inimigas. Quando surge alguma coisa estranha na tela, ele deve decidir entre as hipóteses:
    - está começando um ataque;
    - tudo bem, apenas uma leve interferência.
  - Num júri, um indivíduo está sendo julgado por um crime. As hipóteses sujeitas ao júri são:
    - o acusado é inocente;
    - o acusado é culpado.
  - Um pesquisador acredita que descobriu uma vacina contra resfriado. Ele irá conduzir uma pesquisa de laboratório para verificar a veracidade da afirmação. De acordo com o resultado, ele lançará ou não a vacina no mercado. As hipóteses que pode testar são:
    - a vacina é eficaz;
    - a vacina não é eficaz.
18. Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 11 litros por 100 km, com desvio padrão de 0,8 litros. Uma revista resolve testar essa afirmação e analisa 35 automóveis dessa marca, obtendo 11,3 litros por 100 km como consumo médio (considerar distribuição normal). O que a revista pode concluir sobre o anúncio da fábrica, no nível de 10%?
19. Duas máquinas, A e B, são usadas para empacotar pó de café. A experiência passada garante que o desvio padrão para ambas é de 10 g. Porém, suspeita-se que elas têm médias diferentes. Para verificar, sortearam-se duas amostras: uma com 25 pacotes da máquina A e outra com 16 pacotes da máquina B. As médias foram, respectivamente,  $\bar{x}_A = 502,74g$  e  $\bar{x}_B = 496,60g$ . Com esses números, e com o nível de 5%, qual seria a conclusão do teste  $H_0 : \mu_A = \mu_B$ ?
20. Uma fábrica de embalagens para produtos químicos está estudando dois processos para combater a corrosão de suas latas especiais. Para verificar o efeito dos tratamentos, foram usadas amostras cujos resultados estão no quadro abaixo (em porcentagem de corrosão eliminada). Qual seria a conclusão sobre os dois tratamentos?

Método	Amostra	Média	Desvio Padrão
A	15	48	10
B	12	52	15

21.

Para investigar a influência da opção profissional sobre o salário inicial de recém-formados, investigaram-se dois grupos de profissionais: um de liberais em geral e outro de formandos em Administração de Empresas. Com os resultados abaixo, expressos em salários mínimos, quais seriam suas conclusões?

Liberais	6,6	10,3	10,8	12,9	9,2	12,3	7,0	
Administradores	8,1	9,8	8,7	10,0	10,2	8,2	8,7	10,1

23. Os dados abaixo referem-se a medidas de determinada variável em 19 pessoas antes e depois de uma cirurgia. Verifique se as medidas pré e pós-operatórias apresentam a mesma média. Que suposições você faria para resolver o problema?

Pessoas	Pré	Pós	Pessoas	Pré	Pós
1	50,0	42,0	10	40,0	50,0
2	50,0	42,0	11	50,0	48,0
3	50,0	78,0	12	75,0	52,0
4	87,5	33,0	13	92,5	74,0
5	32,5	96,0	14	38,0	47,5
6	35,0	82,0	15	46,5	49,0
7	40,0	44,0	16	50,0	58,0
8	45,0	31,0	17	30,0	42,0
9	62,5	87,0	18	35,0	60,0
10			19	39,4	28,0

24. Uma empresa deseja estudar o efeito de uma pausa de dez minutos para um cafezinho sobre a produtividade de seus trabalhadores. Para isso, sorteou seis operários, e contou o número de peças produzidas durante uma semana sem intervalo e uma semana com intervalo. Os resultados sugerem se há ou não melhora na produtividade? Caso haja melhora, qual deve ser o acréscimo médio de produção para todos os trabalhadores da fábrica?

Operário	1	2	3	4	5	6
Sem intervalo	23	35	29	33	43	32
Com intervalo	28	38	29	37	42	30

25. Num levantamento feito com os operários da indústria mecânica, chegou-se aos seguintes números: salário médio = 3,64 salários mínimos e desvio padrão = 0,85 salário mínimo. Suspeita-se que os salários de subclasse formada pelos torneiros mecânicos são diferentes dos salários do conjunto todo, tanto na média como na variância. Que conclusões você obteria se uma amostra de 25 torneiros apresentasse salário médio igual a 4,22 salários mínimos e desvio padrão igual a 1,25 salário mínimo?
26. Um partido afirma que a porcentagem de votos masculinos a seu favor será de 10 % a mais do que a porcentagem de votos femininos. Numa pesquisa feita entre 400 homens, 170 votariam no partido, enquanto entre 625 mulheres, 194 lhe seriam favoráveis. A afirmação do partido é verdadeira ou não?
27. De 400 moradores sorteados de uma grande cidade industrial, 300 são favoráveis a um projeto governamental, e de uma amostra de 160 moradores de uma cidade cuja principal atividade é o turismo, 120 são contra.
- a) Você diria que a diferença de opiniões nas duas cidades é estatisticamente significativa?

28. Para verificar o grau de adesão de uma nova cola para vidros, preparam-se dois tipos de montagem: cruzado (A), onde a cola é posta em forma de X, e quadrado (B), onde a cola é posta apenas nas quatro bordas. Os resultados da resistência para as duas amostras de 10 cada estão abaixo. Que tipo de conclusão poderia ser tirada?

Método A	16	14	19	18	19	20	15	18	17	18
Método B	13	19	14	17	21	24	10	14	13	15

29. Em um estudo para comparar os efeitos de duas dietas, A e B, sobre o crescimento, 6 ratos foram submetidos à dieta A, e 9 ratos à dieta B. Após 5 semanas, os ganhos em peso foram:

Dieta A	15	18	12	11	14	15			
Dieta B	11	11	12	16	12	13	8	10	13

- a) Admitindo que temos duas amostras independentes de populações normais, teste a hipótese de que não há diferença entre as duas dietas, contra a alternativa que a dieta A é mais eficaz, usando o teste  $t$  de Student, no nível de  $\alpha = 0,01$ .

30. Suponha que o tempo necessário para atendimento de clientes em uma central de atendimento telefônico siga uma distribuição normal de média de 8 minutos e desvio padrão de 2 minutos.
- Qual é a probabilidade de que um atendimento dure menos de 5 minutos?
  - E mais do que 9,5 minutos?
  - E entre 7 e 10 minutos?
  - 75% das chamadas telefônicas requerem pelo menos quanto tempo de atendimento?
31. A distribuição dos pesos de coelhos criados numa granja pode muito bem ser representada por uma distribuição Normal, com média 5 kg e desvio padrão 0,9 kg. Um abatedouro comprará 5000 coelhos e pretende classificá-los de acordo com o peso do seguinte modo: 15% dos mais leves como pequenos, os 50% seguintes como médios, os 20% seguintes como grandes e os 15% mais pesados como extras. Quais os limites de peso para cada classificação?
32. Uma enchedora automática de refrigerantes está regulada para que o volume médio de líquido em cada garrafa seja de  $1000\text{cm}^3$  e desvio padrão de  $10\text{m}^3$ . Admita que o volume siga uma distribuição normal.
- Qual é a porcentagem de garrafas em que o volume de líquido é menor que  $990\text{cm}^3$ ?
  - Qual é a porcentagem de garrafas em que o volume de líquido não se desvia da média em mais do que dois desvios padrões?
33. Uma empresa produz televisores de 2 tipos, tipo A (comum) e tipo B (luxo), e garante a restituição da quantia paga se qualquer televisor apresentar defeito grave no prazo de seis meses. O tempo para ocorrência de algum defeito grave nos televisores tem distribuição normal sendo que, no tipo A, com média de 10 meses e desvio padrão de 2 meses e no tipo B, com média de 11 meses e desvio padrão de 3 meses. Os televisores de tipo A e B são produzidos com lucro de 1200 u.m. e 2100 u.m. respectivamente e, caso haja restituição, com prejuízo de 2500 u.m. e 7000 u.m. Respectivamente.
- Calcule as probabilidades de haver restituição nos televisores do tipo A e do tipo B.
  - Calcule o lucro médio para os televisores do tipo A e para os televisores do tipo B.
  - Baseando-se nos lucros médios, a empresa deveria incentivar as vendas dos aparelhos do tipo A ou do tipo B?
34. Um estudo comparou dois métodos (A e B) para ensinar matemática a alunos do primeiro grau. Após 10 semanas, o desempenho dos alunos foi avaliado em um teste. Teste a hipótese de que o método A resulta num melhor desempenho médio, ao nível  $\alpha = 5\%$ , com base nos resultados da tabela a seguir:

Método	Número de alunos	Média das notas	Desvio padrão das notas
A	10	8.15	1.15
B	8	7.31	1.94

35. A lei trabalhista estabelece que o pagamento diário mínimo deve ser de 13,20 U.M. (unidades monetárias). Assuma distribuição normal com desvio padrão igual a 2,0 U.M. Uma amostra aleatória de 40 trabalhadores de uma firma revelou média diária de 12,20 U.M. Esta firma deve ser acusada de estar infringindo a lei? Conclua a 1% de probabilidade.
36. A tabela a seguir mostra a frequência de acidentes automobilísticos por ano, de acordo com a faixa etária (idade) do motorista, para motoristas com idade inferior a 25 anos. Teste a hipótese de que o número de acidentes independe da idade, a 5% de probabilidade. Isto é, teste a hipótese de que o número anual de acidentes se distribui proporcionalmente nas faixas etárias.

% de motoristas em cada faixa etária					
% de motoristas	10	20	20	25	25
idade (anos)	15-16	17-18	19-20	21-22	23-24
número de acidentes	8	15	13	11	8

37. Uma indústria farmacêutica conduziu um estudo para avaliar o tempo médio em dias para recuperação dos efeitos da gripe. O estudo comparou o tempo de indivíduos que tomaram 500 mg diárias de vitamina C, contra indivíduos que não tomaram vitamina C (nenhum suplemento). Com base nos dados a seguir, conclua e interprete a 5% de probabilidade.

	Tratamento	
	Nenhum suplemento	500mg Vit. C
Tamanho da amostra	12	12
Tempo médio	7,4	5,8
Variâncias	2,9	2,4

38. Um pesquisa de opinião entrevistou 50 pessoas em dois distritos. O objetivo era verificar se a distribuição das opiniões era homogênea nos dois distritos. Com base nos dados da tabela, teste a hipótese de homogeneidade de opiniões usando  $\alpha = 5\%$ .

	Opinião			Total
	Sim	Indeciso	Não	
Distrito A	20	9	21	50
Distrito B	26	3	21	50
Total	46	12	42	100

39. Uma associação comercial afirma que o número médio de dias de trabalho perdidos anualmente, devido a problemas de saúde, é igual a 60. Uma extensa campanha educacional visando a conscientizar os trabalhadores quanto a importância de uma alimentação balanceada, higiene pessoal, prática de esportes etc, foi conduzida com o intuito de melhorar este quadro. Um ano após esta campanha, um estudo com 30 trabalhadores forneceu média igual a 55 dias. Assuma que o número de dias de trabalho perdidos anualmente é normalmente distribuído com variância  $\sigma^2 = 275$ . Pede-se:

a) Pode-se afirmar que a campanha foi eficaz ao nível de  $\alpha = 1\%$  de probabilidade?

b) Para qual nível de significância se pode afirmar que a campanha educacional foi eficaz?

40. Um gerente comercial acredita que um número excessivo de horas estejam sendo desperdiçadas em contatos comerciais, via telefone, entre os seus vendedores e os clientes em potencial. Ele deseja no máximo quinze horas por semana por vendedor. Este gerente comercial contratou uma empresa especializada para treinar seus vendedores. Após este treinamento, uma amostra de 36 vendedores revelou média igual a 17h por semana por vendedor. O que pode ser concluído quanto a eficácia do treinamento? Assuma  $\sigma^2 = 9$  e utilize  $\alpha = 5\%$ .

41. Com base em dados obtidos de 400 mulheres, apresentados na tabela abaixo, pode-se concluir que o nível educacional e a adaptação à vida conjugal são independentes? Conclua a 5% de probabilidade.

Nível educacional	Adaptação			
	ruim	razoável	boa	muito boa
Universidade	18	29	70	115
2° grau	17	28	30	41
3° grau	11	10	11	20

42. Uma cooperativa de produtores possui uma máquina de encher vasilhame com um litro de leite. Para assegurar que em média cada vasilhame não terá leite a mais e nem a menos, o responsável pelo controle de qualidade amostra, semanalmente, 75 vasilhames enchidos pela máquina. Se uma amostra fornecer 63,97 litros e desvio padrão  $s = 0,25$  litros, deve-se parar a máquina para regulagem ou continuar a produção? Qual deve ser o procedimento adotado a  $\alpha = 5\%$  de probabilidade?

43. A renda média de famílias com 4 pessoas na região sudeste do Brasil, no ano de 1975, era de 5 U.M. Economistas acreditam que atualmente a renda média é maior. Pede-se,
- Quais seriam as hipóteses estatísticas ( $H_0$  e  $H_a$ ), para se tentar provar que atualmente a renda média é maior do que em 1975?
  - Quais são as informações necessárias para se realizar um teste  $Z$ ?
  - Quais são as informações necessárias para se realizar um teste  $t$ ?
  - Explique os dois possíveis erros (erro tipo I e erro tipo II) de decisão que podem ocorrer neste exemplo?
44. Assuma que o consumo mensal per capita de determinado produto tem distribuição normal com desvio padrão igual a 5 kg. Com a atual crise (do dólar, do apagão, do futebol...várias opções!) o departamento de vendas da fábrica decidiu que irá retirar o produto do mercado, caso o consumo médio ( $\mu$ ) per capita seja inferior a 10kg. Se uma pesquisa de mercado, com uma amostra de 100 indivíduos, revelar consumo médio mensal per capita de 9 kg, pede-se: Qual deve ser a afirmação, ao nível de significância de 1,5%?
45. No quadro abaixo estão as opiniões, com respeito ao desempenho e a potência do motor, de proprietários de veículos de um determinado fabricante. As opiniões foram classificadas pela idade do proprietário.

Idade	Opinião	
	Ruim	Bom
Jovem	30	20
Experiente	20	30

O que pode ser afirmado quanto à seguinte hipótese de nulidade?

$H_0$  : Idade e opinião são independentes.

46. Para comparar duas marcas de para-choques, montaram-se seis de cada marca em 12 carros compactos, fazendo-se cada carro colidir com um muro de concreto, a uma velocidade de 40 km/h. Registraram-se os seguintes custos de reparo:

Pára-choque	Custo (R\$)						Média	Variância
A	320	310	380	360	320	345	339,17	744,17
B	305	290	340	315	280	305	305,80	434,17

Teste ( $\alpha = 5\%$ ) a hipótese de igualdade entre os custos médios de reparo dos para-choques.

47. Se um dado não é viciado cada uma das seis faces ocorre com igual probabilidade. Um determinado dado foi lançado 720 vezes, obtendo-se:

Face	1	2	3	4	5	6	Total
Frequência observada	129	107	98	132	136	118	720

O dado será considerado viciado para qual nível de significância? Explique sua resposta.

48. O tempo médio, por operário, para executar uma tarefa, tem sido 100 minutos. Introduziu-se uma modificação para diminuir esse tempo, e, após certo período, sorteu-se uma amostra de 16 operários, medindo-se o tempo de execução de cada um. O tempo médio da amostra foi 85 minutos, e o desvio padrão foi 12 minutos. Estes resultados trazem evidências estatísticas da melhora desejada, considerando  $\alpha = 5\%$ ? Apresente as suposições teóricas usadas para resolver problema.