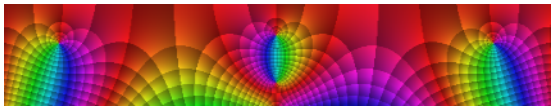
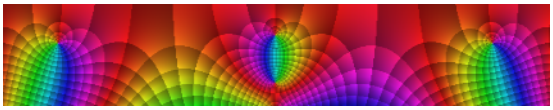
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



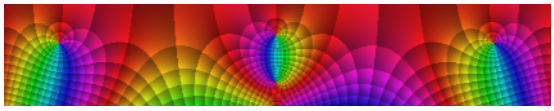
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



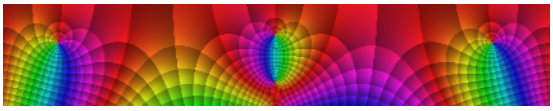
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



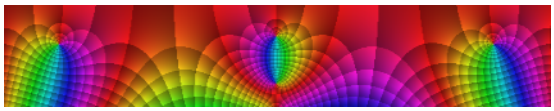
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



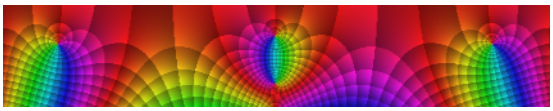
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



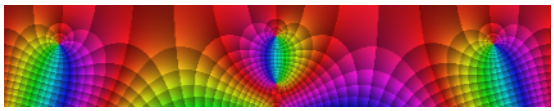
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



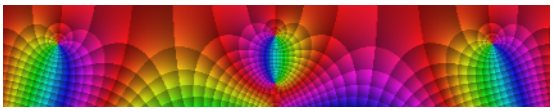
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



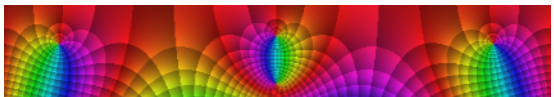
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



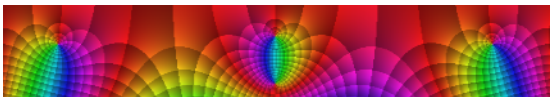
$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



$\zeta(5)$: eine Zahl, die vielleicht rational ist

036 927 7551 433 699 2633 136 548 6457 034 168 0570 809 195 0191
281 197 4192 677 903 8035 897 862 8148 456 004 3106 557 133 3363
796 203 4146 655 660 9042 800 961 7791 559 708 4183 511 072 1800
876 448 6628 633 718 0353 598 363 9623 651 288 8898 133 527 6775
239 827 5032 022 436 8457 664 446 6595 811 599 3917 977 745 0392
446 439 1966 661 596 6401 620 532 5205 021 519 2267 135 125 6785
974 869 2860 197 447 9843 200 672 6812 975 309 1990 077 465 6558
601 526 5737 300 375 6153 268 314 9897 971 935 0398 378 581 3199
228 848 8642 533 510 4251 602 510 8499 043 464 0294 117 243 2757
634 150 8162 332 245 6186 499 271 4427 226 461 4113 007 580 8683



Die Zahl $\zeta(5)$ ist ungefähr 1: $\zeta(5) = 1{,}036\ldots$ In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von **Magnetismus** vor. Sie ist ein Wert der **Riemannschen ζ-Funktion** mit $\zeta(s) = 1/1^s + 1/2^s + 1/3^s + \cdots$. Man vermutet, dass $\zeta(3), \zeta(5), \zeta(7), \zeta(9), \ldots$ alle **transzendent** sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. **Bewiesen** ist bisher aber nur, dass $\zeta(3)$ und **mindestens eine** der Zahlen $\zeta(5)$, $\zeta(7)$, $\zeta(9)$ und $\zeta(11)$ irrational sind. Die Werte von ζ an allen ganzen Zahlen gehören zu den **Perioden**, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie π und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen **Algorithmus**, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man **hofft**, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein **offenes Problem**.

$$\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)}$$

$$\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!}$$

Die Zahl $\zeta(5)$ ist ungefähr 1: $\zeta(5) = 1{,}036\ldots$ In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von **Magnetismus** vor. Sie ist ein Wert der **Riemannschen ζ-Funktion** mit $\zeta(s) = 1/1^s + 1/2^s + 1/3^s + \cdots$. Man vermutet, dass $\zeta(3), \zeta(5), \zeta(7), \zeta(9), \ldots$ alle **transzendent** sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. **Bewiesen** ist bisher aber nur, dass $\zeta(3)$ und **mindestens eine** der Zahlen $\zeta(5)$, $\zeta(7)$, $\zeta(9)$ und $\zeta(11)$ irrational sind. Die Werte von ζ an allen ganzen Zahlen gehören zu den **Perioden**, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie π und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen **Algorithmus**, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man **hofft**, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein **offenes Problem**.

$$\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)}$$

$$\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!}$$